

文章编号: 2096-1642(2016)03-0039-08

# 航行体通气空泡发射方式对出水过程的影响

李国良, 尚庆, 田俊武, 袁湘江  
(中国航空气动力技术研究院, 北京 100074)

## Effect of Ventilation Cavitation Launching on Water-Exit for Submarine Vehicle

LI Guo-liang, SHANG Qing, TIAN Jun-wu, YUAN Xiang-jiang  
(China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing 100074, China)

**摘要:** 潜射航行体自然空化情况下, 穿越水/气界面时会受到空泡溃灭的冲击载荷, 对空泡进行主动通气是一种有效的降载方法, 文章针对通气空泡的物理过程建立了一套完整的数值算法, 采用标准  $k-\varepsilon$  两方程湍流模型, VOF 多相流模型, Zwart-Gerber-Belamri 空化模型, 结合 UDF 自定义函数与动网格动态层技术, 开展了通气空泡整个出水过程的数值模拟工作, 研究了通气量、通气时序、通气方式等方面对空泡形态、出水载荷等方面的影响, 获得了对工程设计有参考价值的基本结论。

**关键词:** 航行体; 通气空泡; 通气量; 通气时序; 通气位置

**中图分类号:** V211.3

**文献标识码:** A

**Abstract:** Submarine vehicle will take on the load due to cavity collapse during water-exit, on condition that cavity occurs. Ventilation is an effective method to decline water-exit load. As for ventilation, a set of methods was developed, which included normal  $k-\varepsilon$  turbulent equations, VOF multi-phase model, Zwart-Gerber-Belamri cavitation model, dynamic mesh and UDF function. The process of water-exit with ventilation was simulated. The effects of ventilation volume, sequence, and method on cavity configuration and water-exit load were studied. Some basic conclusions were drawn.

**Key words:** vehicle; ventilation cavitation; ventilation volume; ventilation sequence; ventilation location

## 引言

水下航行体高速出水过程中, 头部会形成高压区, 在其肩部会形成低压区, 当压力小于当地的饱和蒸汽压时, 水会发生汽化, 形成空穴, 即成为空泡. 随着水下航行, 空泡在空间上迅速扩大, 当穿越水气界面时, 空泡发生溃灭, 会对航行体结构产生很大的冲击载荷, 因此研究航行体出水过程空泡演化和溃灭及改善溃灭冲击载荷的方法具有重要的意义.

权晓波等<sup>[1]</sup>通过数值模拟, 对大攻角情况下空化流动的特性进行研究, 获取了不同攻角下空泡的不同形态, 分析了不同攻角、空泡数对弹体受力的影响. 陈瑛等<sup>[2]</sup>自主开发了适用于复杂流场的三维空泡流计算程序, 对水下航行体空泡流进行了数值模拟, 模拟出了大攻角条件下侧面空化的现象及其

变化规律. 张马骏等<sup>[3]</sup>采用 VOF 多相流模型和自然空泡模型, 计算了不同加速度下锥头航行体垂直出水过程, 给出了空泡外型在 3 个阶段中的变化过程, 分析了速度、加速度和局部空化数对空泡发展过程以及航行体上压力分布的影响.

胡影影<sup>[4]</sup>采用原始变量的 Navier-Stokes 方程作为流场的控制方程, 研究了固壁附近轴对称空泡溃灭问题, 研究结果表明空泡溃灭过程中, 伴随空泡变形, 空泡发出多个高压脉冲和高速射流. 张露颖等<sup>[5]</sup>应用改进 Singhal 完全空化模型, 采用两相流的方法对钝体绕流过程中的空化现象进行了数值模拟, 计算了钝体出水过程空泡溃灭引起的压力场变化, 捕捉到空泡溃灭导致的瞬时压力脉冲. 王一伟等<sup>[6]</sup>从工程角度, 针对出水空泡溃灭大载荷问题, 数值求解了水下航行体高速出水的全过程, 获得了典型工况航行体关键截面的全时程载荷响应.

收稿日期: 2016-01-05; 修回日期: 2016-01-25

引用格式: 李国良, 尚庆, 田俊武, 等. 航行体通气空泡发射方式对出水过程的影响[J]. 气体物理, 2016, 1(3): 39-46.

Citation: Li G L, Shang Q, Tian J W, et al. Effect of ventilation cavitation launching on water-exit for submarine vehicle[J]. Physics of Gases, 2016, 1(3): 39-46.

目前对改善航行体出水冲击载荷的研究相对较少,有效的方法是向自然空泡中主动通气,形成通气空泡,通气空泡的研究目前主要集中在超空泡领域<sup>[7-8]</sup>,本文采用VOF多相流模型,结合动网格技术,对航行体自然空泡及通气空泡物理过程进行数值模拟,研究不同通气量、通气时序、通气方式对出水过程的影响。

## 1 计算方法

### 1.1 空泡流数学模型

混合相连续方程为

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m u_j)}{\partial x_j} = 0.$$

混合相动量方程为

$$\frac{\partial \rho_m u_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m u_i u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu_m + \mu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ p + \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right] + \rho_m g_i.$$

蒸汽相输运方程为

$$\frac{\partial(\rho_m \alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m \alpha u_j)}{\partial x_j} = R_e - R_c.$$

其中,  $p$  表示压力,  $\rho_m$  表示混合物密度,  $\rho_m = \alpha \rho_l + \alpha_g \rho_g + (1 - \alpha - \alpha_g) \rho_v$ ,  $\alpha$  表示水的体积分数,  $\alpha_g$  表示通气相体积分数,  $\rho_l$  表示水的密度,  $\rho_g$  表示通气相密度,  $\rho_v$  表示蒸汽相密度,  $R_e$ ,  $R_c$  表示空化源项,  $\mu_m$  表示层流混合相黏性系数,  $\mu_m = \alpha \mu_l + \alpha_g \mu_g + (1 - \alpha - \alpha_g) \mu_v$ ,  $\mu_l$  表示水的黏性系数,  $\mu_v$  表示蒸汽的黏性系数,  $\mu_g$  表示人工通气的黏性系数,  $\mu_t$  表示湍流黏性系数。

### 1.2 空化模型

采用 Zwart-Gerber-Belamri 空化模型<sup>[9]</sup>表达式为

$$R_e = F_{\text{vap}} \frac{3r_{\text{nuc}}(1 - \alpha_v)\rho_v}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}}, \quad p < p_v,$$

$$R_c = F_{\text{cond}} \frac{3\alpha_v \rho_v}{R_b} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_v}{\rho_l}}, \quad p > p_v.$$

式中,  $R_b$  代表气泡半径取  $1 \mu\text{m}$ ,  $r_{\text{nuc}}$  代表成核区的体积分数取  $5 \times 10^{-4}$ ,  $F_{\text{vap}}$  代表蒸发系数取 50,  $F_{\text{cond}}$  代表凝结系数取 0.01,  $p_v$  代表饱和蒸汽压。

### 1.3 湍流模型

采用  $k$ - $\varepsilon$  两方程湍流模型表达式为

$$\frac{\partial \rho_m k}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m k u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu_m + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho_m \varepsilon.$$

$$\frac{\partial(\rho_m \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m \varepsilon u_j)}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} (G_k - G_b) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\varepsilon 2} \rho_m \frac{\varepsilon^2}{k}.$$

$$M_t = \rho_m C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}.$$

式中,  $k$  表示湍动能,  $\varepsilon$  表示湍动能耗散率, 系数  $C_\mu$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  的取值、 $p_k$  的表达式见参考文献<sup>[10]</sup>.  $G_b$  为由于浮力引起的湍动能  $k$  的产生项,  $G_k$  为由于平均速度梯度引起的湍动能  $k$  产生项。

### 1.4 动网格及数值求解方法

潜射航行体在水中按照一定速度曲线垂直向上运动,在水下航行过程中会产生空泡,跨越水/气界面时会经历空泡溃灭等物理现象,因此需要采用动网格技术与多相流模型耦合求解。

动网格重新构建的计算方法有3种,即弹性光顺法、局部网格重划法和动态层技术。

弹性光顺法是将网格系统看作由节点之间用弹簧相互连接的网络系统,初始网格就是系统保持平衡的弹簧网络系统.局部网格重划法是对弹性光顺法的补充。

本文根据所研究的物理问题采用动态层技术,动态层技术在边界上假定一个优化的网格层高度,在边界发生移动、变形时,如果临近边界的一层网格高度同优化高度相比大到一定程度时,就在边界面与相邻网格层之间增加一层网格.相反,如果边界向内移动,临近边界的一层网格被压缩到一定程度时,临近边界一层的网格又会被删除。

流场采用基于压力的SIMPLE算法进行求解.对于动量方程中的对流项采用2阶迎风格式,同样,这种格式也应用于输运方程的离散.压力项离散采用的是PRESTO差分格式.多相流模型采用VOF,时间项采用显示格式.计算网格与航行体模型如图1所示,模型采用半圆球轴对称旋成体.压力出口边界条件设置为标准大气压力,压力进口边界条件按照公式  $p = p_\infty + \rho g h$  设置,速度进口边界速度为零.为了更好地模拟空泡溃灭,对水气界面附近网格进行加密,航行体壁面第一层网格高度为  $1 \times 10^{-4}$  m。

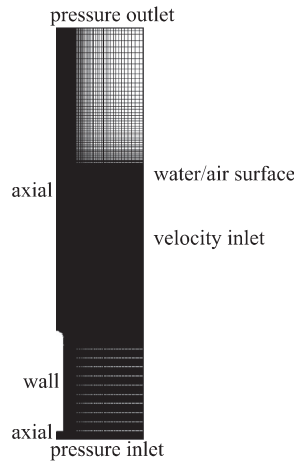


图 1 计算网格及边界条件  
Fig. 1 Computational grids and boundaries

### 2 算例验证

采用上节介绍的计算方法对轴对称半球柱体模型进行数值计算, 并与试验数据进行比较, 验证算法的可靠性. 来流速度  $v_\infty = 10 \text{ m/s}$ , 图 2 所示为空化数 0.3 的计算结果与试验值, 空化数定义为

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_v}{0.5\rho_1 v_\infty^2}$$

式中  $p_\infty$  代表远场压力.

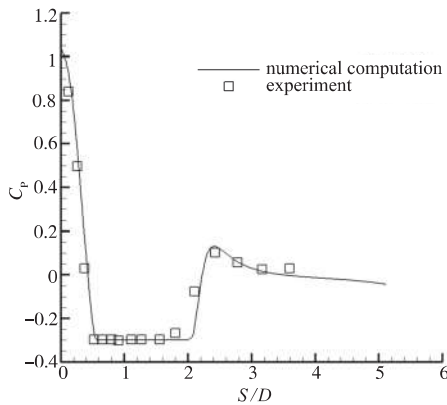


图 2 航行体压力系数与试验比较  
Fig. 2 Comparisons of pressure coefficient distributions on submarine vehicle

根据计算结果与试验结果<sup>[11]</sup>的比较, 如图 2 所示, 可以看出二者一致性较好, 证明本文建立的计算方法可以预测潜射航行体空泡的演化发展及出水过程.

### 3 自然空泡结果分析

参考典型的高速出筒航行弹道<sup>[12]</sup>, 航行速度

随时间的变化如图 3 所示, 图中速度曲线最高点为航行体出筒速度, 对应时刻为出筒时刻.

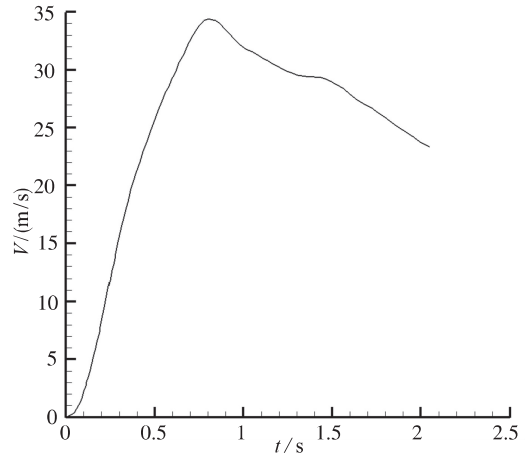


图 3 航行体轴向运动速度  
Fig. 3 Axial velocity of submarine vehicle

航行体在水下航行时, 空泡的长度与厚度随着时间在增加, 但是自航行体的头部触水时刻起 ( $t = 1.0 \text{ s}$ ), 空泡周围的流体介质发生了改变(如图 4 所示), 使得维持空泡存在的能量及条件逐渐丧失. 此时, 在大气压力和泡内压力的作用下, 包围航行体及空泡的水层以及泡内的蒸汽加速向航行体运动, 最终冲击航行体表面, 发生空泡溃灭.

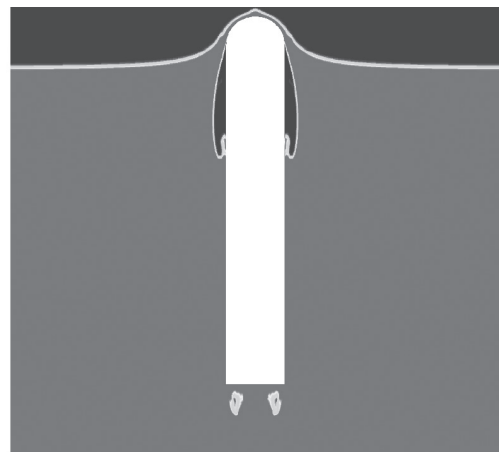


图 4 航行体触水时刻空泡形态  
Fig. 4 Cavity configuration at water/air interface

图 5 为航行体出水过程中, 壁面压力系数分布随时间的变化, 可以看出在空泡低压区两侧存在两列压力峰值, 靠近头部为溃灭压力峰值, 空泡尾部为回射压力峰值, 随着空泡的溃灭, 两列峰值不断靠近, 在 1.075 s 的时刻, 溃灭压力与回射压力重

合,即发生了同步溃灭.

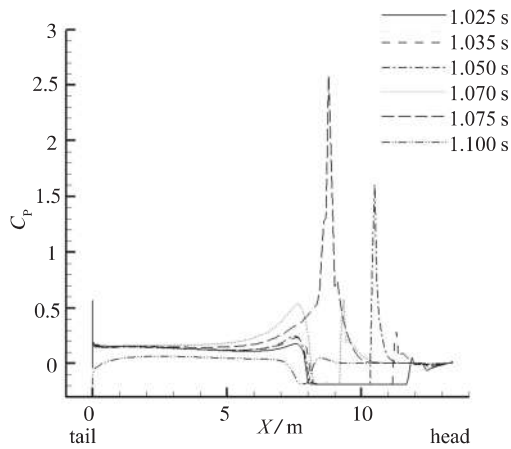


图5 航行体出水过程中压力系数分布随时间变化  
Fig. 5 Pressure coefficient distributions during water-exit varying with times

图6为航行体出水过程中1.05 s与1.075 s时刻压力系数云图,在1.05 s时空泡低压区两端出现两个高压区;在1.075 s时,壁面上只有一个高压区,即同步溃灭压力.

#### 4 通气空泡结果分析

在出水过程中,包围空泡的水层在大气压力和泡内压力之间的压力差作用下向航行体表面快速移动,形成溃灭载荷.那么对空泡进行主动通气,提高泡内压力,减小与大气压力之间的差异,从而减小出水载荷.本文将从通气量、通气时序、通气方式3个方面来研究其对出水过程的影响.

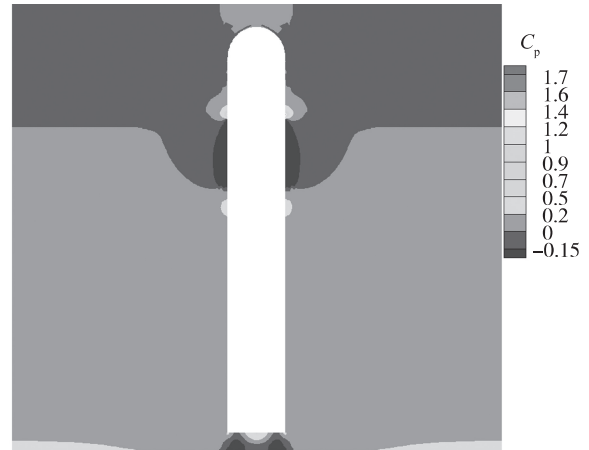
##### 4.1 通气量对出水过程影响分析

在航行体肩部以下0.2 m处设置0.2 m长的通气环,计算时设为速度出口边界,通气量选定20, 40, 60 kg/s.通气时间从空泡发生时刻0.60 s到通气环出水时刻1.10 s.

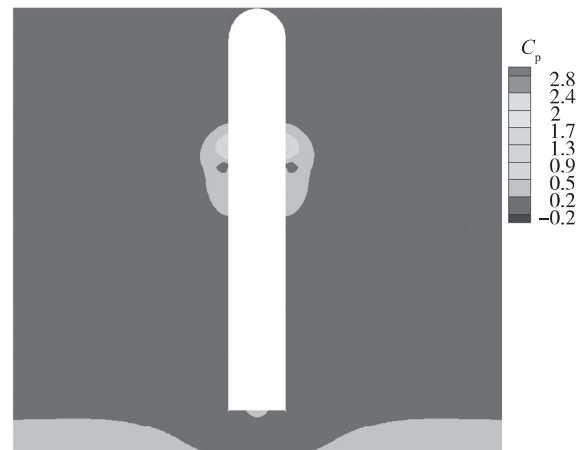
图7给出了航行体触水时刻空泡形态,与自然空泡相比较,通气空泡形态不稳定,3种通气条件下,航行体尾端出现空泡脱落.

图8给出了航行体触水时刻1.0 s压力系数,当通气量为20 kg/s时,人工通气气体集中在空泡前端,前部压力增加,但是空泡的大部分区域压力没有变化,空泡长度没有增加.在通气量达到40 kg/s时,泡内压力明显增加而且一致,压力系数为-0.05;在通气量达到60 kg/s时,压力系数为0.02.通过不同通气量条件下压力分布曲线比较,空泡尾

端闭合处的回射压力随着泡内压力的增加而提高,空泡长度随着通气量的增加而增加.

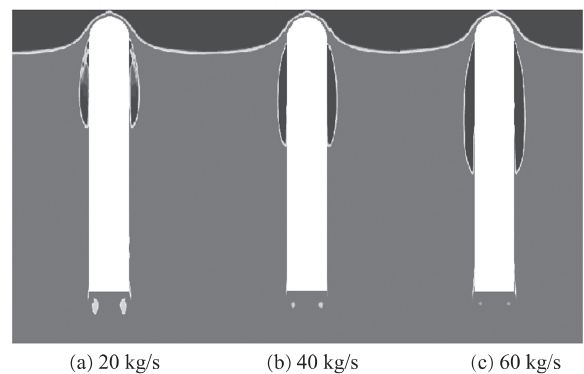


(a) Cavity collapse at 1.05 s



(b) Simultaneous cavity collapse at 1.075 s

图6 航行体空泡溃灭时刻压力云图  
Fig. 6 Pressure contours of cavity collapse



(a) 20 kg/s (b) 40 kg/s (c) 60 kg/s

图7 不同通气量触水时刻空泡形态  
Fig. 7 Cavity configurations with different gas volumes at water/air interface

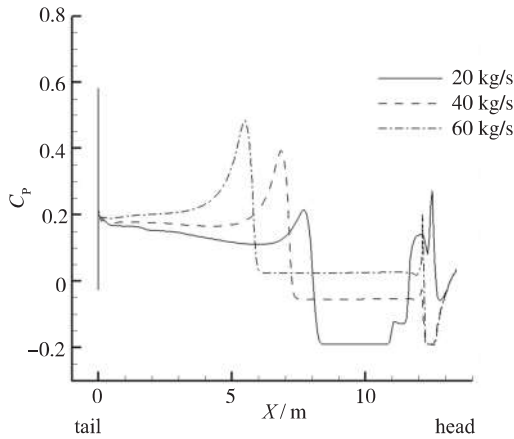


图 8 航行体不同通气量触水时刻压力系数  
Fig. 8 Pressure coefficients with different gas volumes at water/air interface

图 9 给出了通气量 40 kg/s 航行体出水过程典型时刻壁面压力系数分布随时间的变化, 与图 5 相比主要有两方面的差异: 首先从压力值的大小来看, 没有出现较大的溃灭压力, 靠近头部为通气环的压力值, 其与空泡闭合位置的回射压力的量级都较小, 不会对航行体结构造成破坏; 另外在自然空泡条件下, 回射压力与溃灭压力重合形成同步溃灭, 在通气空泡条件下, 并未发生同步溃灭。

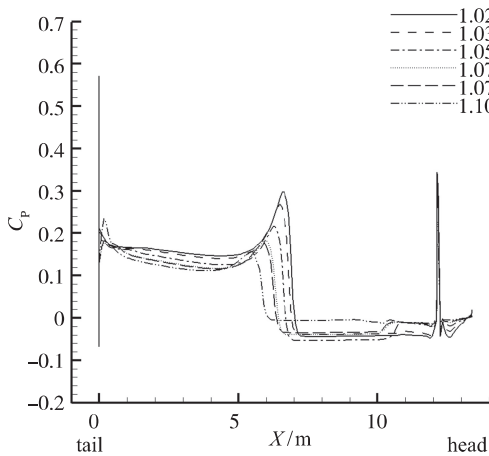


图 9 航行体出水过程中压力系数分布随时间变化  
Fig. 9 Pressure coefficient distributions during water-exit varying with times

#### 4.2 通气时序对出水过程影响分析

在航行体实际出水过程中, 通气速度不是恒定的, 往往随时间变化, 本文采用 UDF 自定义函数 `define_profile(inlet_y_velocity, thread, position)` 对速度出口边界条件进行二次开发, 速度随时间变化如图 10 所示. 算例 1 表示通气环通气速度随着时间

线性减小, 算例 2 通气速度恒定不变, 算例 3 表示通气速度随着时间线性增加。

从图 10 可以看出, 3 种通气时序方式总的通气量相等, 但是通气效果差异较大. 如图 11 所示, 算例 1 中, 在通气开始阶段, 通气量较大, 然后呈线性递减, 在触水时刻泡内压力系数为 0.03, 较恒定通气速度情况下提高了 0.08, 但是两种情况下泡长基本相当. 算例 3 中, 通气开始阶段速度相对较小, 随后逐渐增加, 在触水时刻空泡前半部分压力提高, 与算例 1 相当, 但是空泡后半部分压力系数较低为 -0.15. 而且通气空泡的长度比算例 1 和 2 都小. 图 12 所示为 3 算例空泡长度随时间变化曲线, 算例 1, 2 较算例 3 空泡脱落发生的时间要早, 而且空泡长度的恢复与增长的速度较算例 3 更快, 算例 3 因为初始通气量较小, 空泡脱落时间较晚。

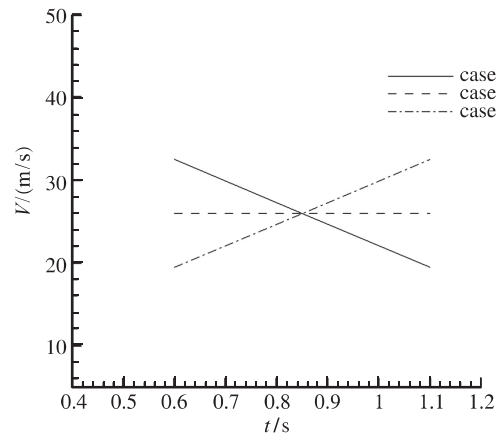


图 10 通气速度随时间变化分布  
Fig. 10 Ventilation velocities varying with times

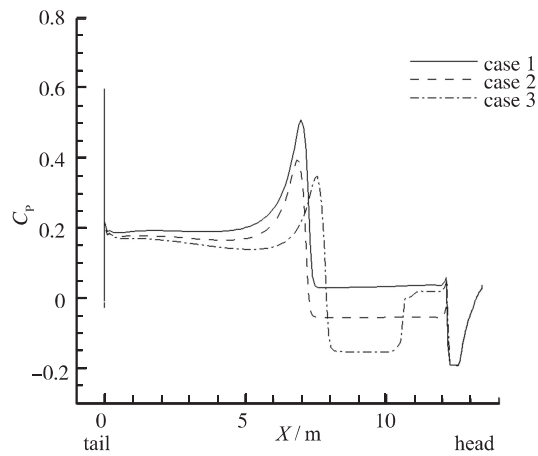


图 11 航行体触水时刻不同通气速度压力系数  
Fig. 11 Pressure coefficients with different ventilation velocities at water/air interface

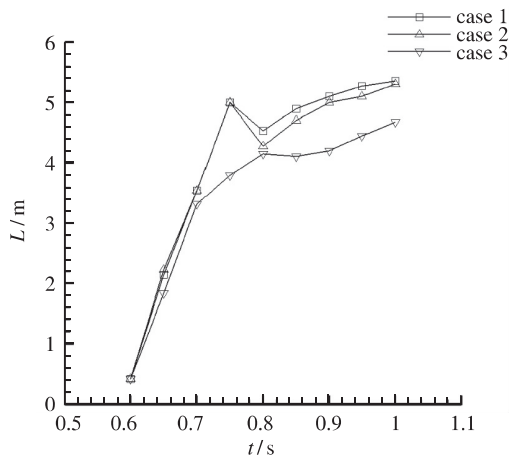


图 12 空泡长度随时间变化

Fig. 12 Cavity lengths varying with times

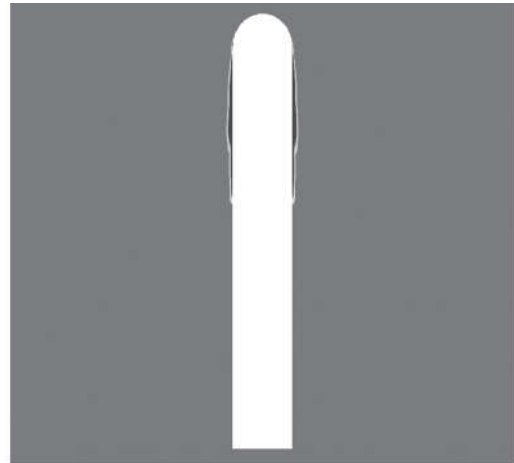
对上述 3 个算例的分析, 可以得出通气空泡的通气效果受初始通气量的影响较大, 初始通气量的大小应该是研究的重点.

#### 4.3 通气方式对出水过程影响分析

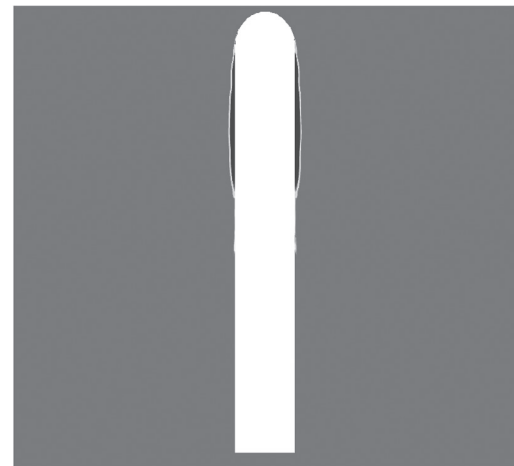
改变通气方式, 从单环通气变为双环通气, 在距肩部 0.2 m, 1.7 m 处设置两个通气环, 长度依旧为 0.2 m, 保证总的通气量 40 kg/s 不变, 每一个通气环的通气量为 20 kg/s.

如图 13 所示, 上下两个通气环各自通气在 0.65 s 时形成独立的空泡, 在 0.7 s 时第 1 个通气环形成的空泡覆盖了第 2 个通气环, 第 2 个通气环向第 1 个通气环通气形成的空泡内持续通气, 造成第 2 个通气环通气形成的空泡在 0.75 s 时发生脱落.

虽然单环与双环总体通气量相等, 但是双环通气每一个通气环的流量小, 不容易克服周围水环境压力的影响, 所以双环通气比单环通气空泡脱落的时间略早, 如图 14 所示.



(b) 0.70 s



(c) 0.75 s

图 13 航行体双环通气空泡形态发展

Fig. 13 Cavity lengths of double-ventilation varying with times

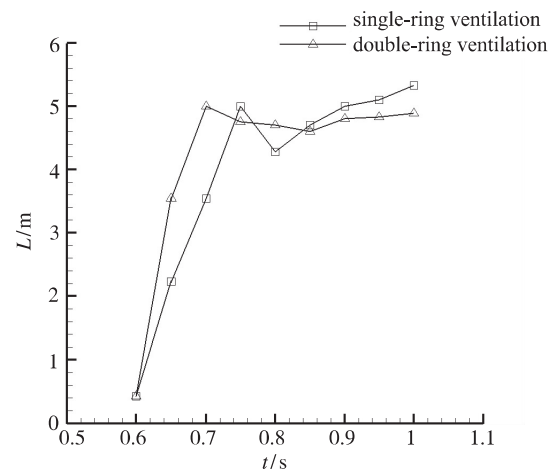
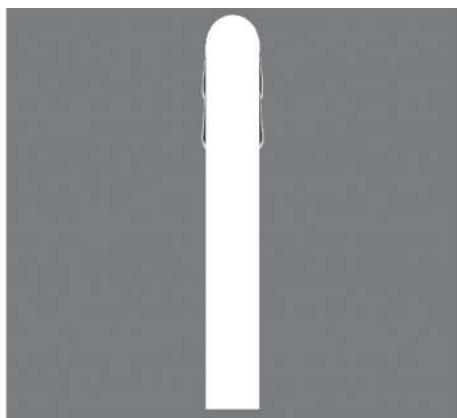


图 14 空泡长度随时间变化

Fig. 14 Cavity lengths varying with times



(a) 0.65 s

在 0.9 s 后双环通气空泡的长度基本不变, 导致双环通气空泡内的压力系数有较大提升, 如图 15 所示, 双环通气空泡内的压力大幅增加有助于航行体保持运动姿态的稳定性. 在触水时刻 1.0 s 时双环通气的空泡长度较单环通气要短.

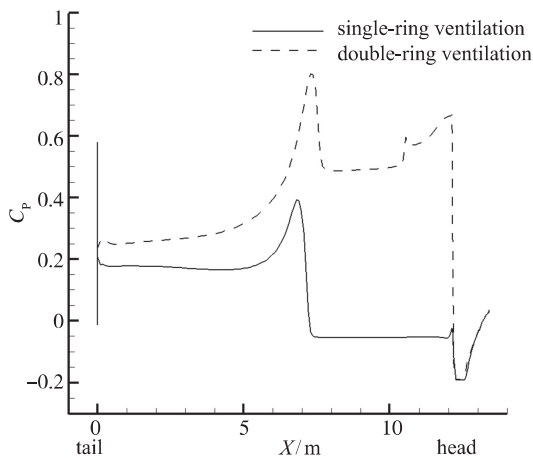


图 15 航行体触水时刻压力系数

Fig. 15 Pressure coefficients at water/air interface

## 5 结论

本文采用均质多相流模型, 标准  $k-\varepsilon$  两方程模型以及动网格动态层技术, 建立了航行体水下运动及出水的非定常数值方法, 模拟了航行体自然空泡、单环通气空泡、双环通气空泡的物理过程, 得出以下初步结论:

(1) 使用所建立的方法计算了定常状态空化两相流, 计算结果与试验结果一致性较好, 证明本文所建立数值方法的准确性.

(2) 航行体自然空泡出水过程中, 在大气压力和泡内压力的作用下, 包围航行体及空泡的水层以及泡内的蒸汽加速向航行体运动, 最终冲击航行体表面. 空泡两侧的溃灭压力峰值与回射压力峰值在空泡的溃灭过程中不断靠近, 最终重合形成同步溃灭, 呈现较大的压力峰值.

(3) 单环通气情况, 随着通气量的增加, 通气空泡长度与厚度都增加, 空泡形态不稳定末端出现脱落. 通气量满足一定条件(本文算例中为 40 kg/s)可以较大提高触水时刻泡内压力, 抑制空泡溃灭压力的幅值以及同步溃灭现象.

(4) 单环通气情况, 在通气量不稳定条件下, 初始通气量的大小决定着通气空泡的长度、脱落时间以及触水时刻泡内压力.

(5) 在总的通气量一定条件下, 双环通气较单环通气形成的空泡长度略短, 空泡脱落时间更早, 但是泡内压力大幅提高.

## 参考文献 (References)

- [1] 权晓波, 魏海鹏, 孔德才, 等. 潜射导弹大攻角空化流动特性计算研究[J]. 宇航学报, 2008, 29(6): 1701-1705.
- Quan X B, Wei H P, Kong D C, et al. Numerical simulation on cavitation of submarine launched missile's surface at large angles of attack[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6): 1701-1705(in Chinese).
- [2] 陈瑛, 鲁传敬, 郭建红, 等. 大攻角水下航行体侧面空化特性的数值分析[J]. 弹道学报, 2011, 23(1): 45-49.
- Chen Y, Lu C J, Guo J H, et al. Numerical analysis on the characteristics of side cavitation around submerged vehicle with large attack angle[J]. Journal of Ballistics, 2011, 23(1): 45-49(in Chinese).
- [3] 张马骏, 陈鑫, 鲁传敬. 锥头航行体非匀速垂直出水数值研究[J]. 水动力学研究与进展, 2014, 29(6): 683-690.
- Zhang M J, Chen X, Lu C J. Numerical study of the submerged body with a conical head exiting from water vertically in non-uniform velocity[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2014, 29(6): 683-690(in Chinese).
- [4] 胡影影. 泡内气体热力学性质对空泡溃灭的影响[J]. 力学学报, 2005, 37(4): 393-398.
- Hu Y Y. Thermodynamic influences of bubble contents on bubble collapse[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2005, 37(4): 393-398(in Chinese).
- [5] 张露颖, 符松. 钝体绕流空化的数值研究[J]. 工程力学, 2009, 26(12): 46-51.
- Zhang L Y, Fu S. Numerical study of cavitation flow around a blunt cylindrical object[J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(12): 46-51(in Chinese).
- [6] 王一伟, 黄晨光, 杜特专. 航行体有攻角出水全过程数值模拟[J]. 水动力学研究与进展, 2011, 26(1): 48-57.
- Wang Y W, Huang C G, Du T Z, et al. Numerical simulation of a submerged body exiting from water with an attack angle[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2011, 26(1): 48-57(in Chinese).
- [7] 向敏, 林明东, 张为华, 等. 基于双流模型通气的空泡流仿真[J]. 北京理工大学学报, 2011, 31(7): 768-771.

- Xiang M, Lin M D, Zhang W H, et al. On the numerical study of ventilated cavitating flow based on two-fluid model[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2011, 31(7): 768-771(in Chinese).
- [8] 陈瑛, 鲁传敬, 吴磊. 三维小空化数空泡流数值方法[J]. 计算物理, 2008, 25(2): 163-171.  
Chen Y, Lu C J, Wu L. Numerical method for three-dimensional cavitation flows at small cavitation numbers[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2008, 25(2): 163-171(in Chinese).
- [9] Cao J Y, Lu C J, Chen Y, et al. Research on the base cavity of a sub-launched projectile[J]. Journal of Hydrodynamics, 2012, 24(2): 244-249.
- [10] 康宏琳. 高超声速湍流气动加热的数值模拟[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2008: 36-44.  
Kang H L. Numerical simulation of aerodynamic heating in hypersonic turbulent flows[D]. Beijing: Beihang University, 2008: 36-44(in Chinese).
- [11] Rouse H, McNown J S. Cavitation and pressure distribution: head forms at zero angle of yaw[J]. Proactive Maintenance for Mechanical Systems, 1948: 169-191.
- [12] 权晓波, 燕国军, 李岩. 水下航行体垂直发射尾空泡生成演化过程三维数值研究[J]. 船舶力学, 2014, 18(7): 739-745.  
Quan X B, Yan G J, Li Y. Three-dimensional numerical study on the evolution process of tail bubble of underwater vehicle vertical launching[J]. Journal of Ship Mechanics, 2014, 18(7): 739-745(in Chinese).

#### 作者简介:

李国良(1979-) 男, 北京, 中国航空气动力技术研究院高级工程师, 主要从事计算流体力学研究. 通信地址: 北京市 7201 信箱 16 分箱 (100074). E-mail: gatto\_li@yahoo.com.